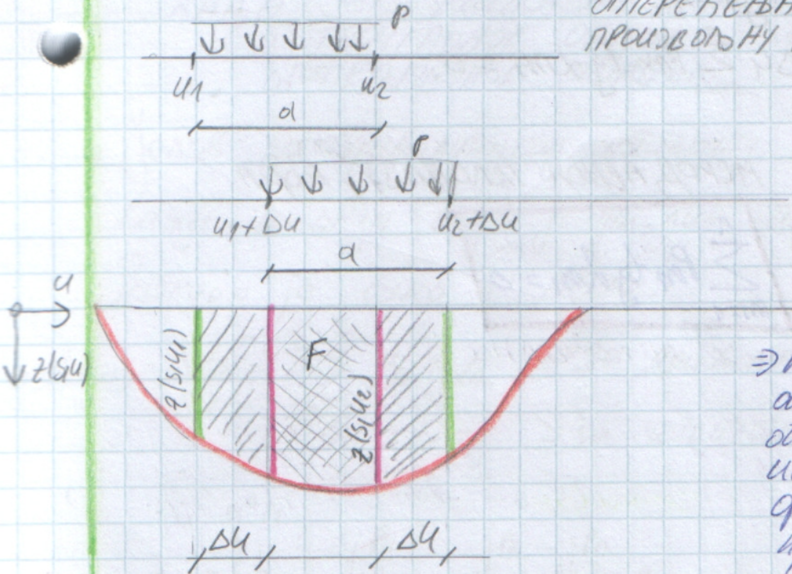
Из те ј-не следи:

КРИТЕРИЈУМ ЗА МЕРОДАВАН ПОЛОЖАЈ $\boxed{z(S,u_1) = z(S,u_2)}$

ОПТЕРЕЋЕЊА НА ПРОИЗВОЉНУ УТ. ЛИН.

⇒ оптер. пост. тако да лева и десна ордината буду =,

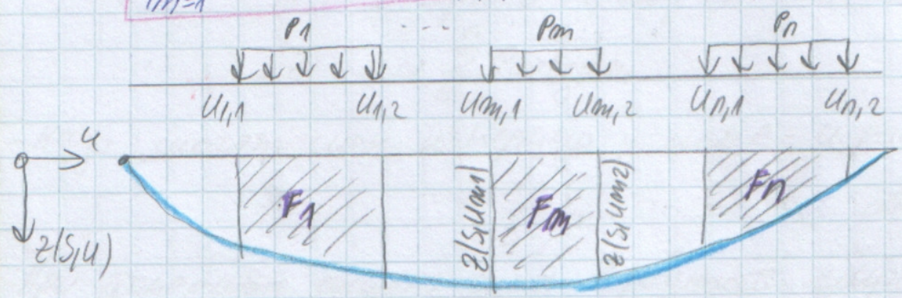
ако је овај положај мах његовим померања не могу добити веће па је прираштај = 0.



⇒ Када је једнако подељено покретно оптерећење коначне дужине у опасном положају мора да буде испуњен услов једнакости ордината утицајне линије на крајевима оптерећења.

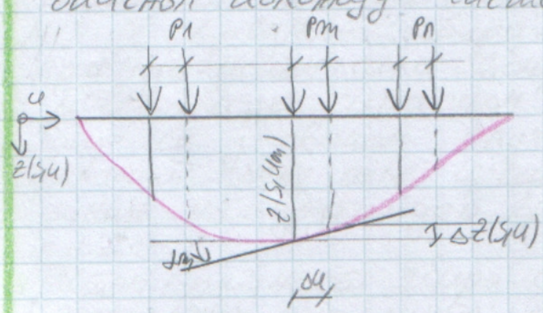
Када се једнако подељено оптерећење састоји од низа једнако подељених оптерећења произвољних интензитета а коначних дужина на међусобним размацима који се током времена не мењају, меродаван положај је тада:

$$\boxed{\sum_{m=1}^{n} P_m \cdot z(S,u_{m1}) = \sum_{m=1}^{n} P_m \cdot z(S,u_{m2})}$$



2) ПОКРЕТАН СИСТЕМ ВЕЗАНИХ КОНЦЕНТРИСАНИХ СИЛА

Екстремне вредности утицаја, у овом случају, одређујемо методом пробања. Тај поступак је дуг и непрецизан, па користимо критеријуме који морају да буду испуњени при опасном положају система сила.



⇒ - Утицајна лин. је произвољна крива линија.
- Ако је положај сила $P_1, \dots, P_m, P_n$ приказан на слици МЕРОДАВАН ПОЛОЖАЈ, тј. ако при том положају сила вредност утицаја

$z_s = \sum_{m=1}^{n} P_m z(S,u_m)$ има

екстремну вр, тада при померању система сила улево или удесно за Δu прираштај утицаја Δz_s мора $= 0$.

- при померању система сила функције $z(S, u_m)$ добијају прираштај:

$$\Delta z(S, u_m) = \Delta u \, tg\,\alpha_m$$

тј. $\Delta z_S = \sum_{m=1}^{n} P_m \Delta z(S, u_m) = \Delta u \sum_{m=1}^{n} P_m \, tg\,\alpha_m = 0$

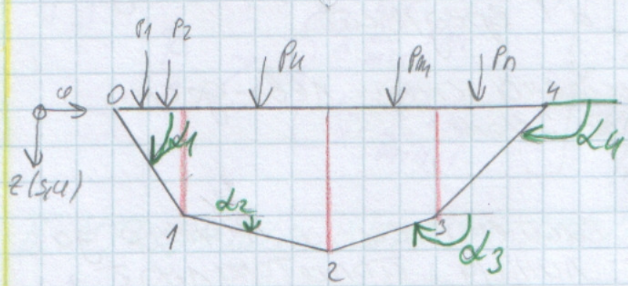
$\Rightarrow$ КАДА ЈЕ СИСТЕМ СИЛА У МЕРОДАВНОМ ПОЛОЖАЈУ, МОРА БИТИ ИСПУЊЕН УСЛОВ: $\boxed{\sum_{m=1}^{n} P_m \, tg\,\alpha_m = 0}$

26. КРИТЕРИЈУМИ ЗА ОПАСАН ПОЛОЖАЈ ПОКРЕТНОГ СИСТЕМА ВЕЗАНИХ КОНЦЕНТРИСАНИХ СИЛА КАДА ЈЕ УТИЦАЈНА ЛИНИЈА ПОЛИГОНАЛНОГ ОБЛИКА. ПРИКАЗАТИ КРИТЕРИЈУМЕ КАДА ЈЕ УТИЦАЈНА ЛИНИЈА:
а) ТРОУГАОНОГ ОБЛИКА
б) ТРАПЕЗНОГ ОБЛИКА

Услов за криволинијску утицајну линију $\sum_{m=1}^{n} P_m \, tg\alpha_m = 0$ важи и онда када је ут. лин. полигонална линија.

Разлика је само у овоме:

извод → $\frac{\Delta Z_s}{\Delta u} = \sum_{m=1}^{n} P_m \, tg\alpha_m$ ↗ за криволинијску ут. лин је непрекидна ф-ја
↘ за полигоналну је скоковита.



За дати положај система сила $P_1, \ldots, P_n$, претпоставимо да је $\sum_{m=1}^{n} P_m \cdot tg\alpha_m > 0$. При померању за Δu имамо прираст

$$\Delta Z_s = \Delta u \sum_{m=1}^{n} P_m \, tg\alpha_m$$

- када систем сила померамо у десно - u расте ⇒ $\Delta u > 0$, $\Delta Z_s > 0$
- u опада ⇒ $\Delta u < 0$, $\Delta Z_s < 0$

- При померању система сила вредност збира $\sum_{m=1}^{n} P_m \, tg\alpha_m$ остаје непромењена све док нека нова сила не сиђе са утицајне линије, или нека од сила која се налази над утицајном линијом преласком преко темена полигоналне утицајне линије не пређе на део чији је угао нагиба другачији.

- Наиласком или силаском нових сила (на u) са утицајне линије, вредност збира се мења али остаје позитивна, јер наиласком сила збир позитивних сабирака повећава, а силаском збир негативних смањује. Збир се у сваком случају повећава.
Преласком неке силе преко темена са једне утицајне линије на други део, вредност $\sum_{m=1}^{n} P_m \, tg\alpha_m$ се мења у скоку.

Притом, вредност збира се смањује јер сила прелази са дела утицајне линије са алгебарски већим тангенсом угла на део са мањим тангенсом.
Ако је $\sum_{m=1}^{n} P_m \, tg\alpha_m$ још увек позитивна систем сила треба и даље померати у ту страну док још која сила не пређе преко неког од темена утицајне линије. Вредност збира која се мења у скоковима неће достићи $= 0$ (сем изузетно)

Али, сигурно ће при преласку неке силе преко њеног од темена утицајне линије $\sum_{m=1}^{n} P_m tg\alpha_m$ ће постати негативна.

Када се та сила налази над тим теменом утицај Z_s има екстремну вредност, јер је при померању сила из тог положаја у $\Delta u > 0$ $\sum_{m=1}^{n} P_m tg\alpha_m < 0$, а при померању у другом смеру $\Delta u < 0$ $\sum_{m=1}^{n} P_m tg\alpha_m > 0$.

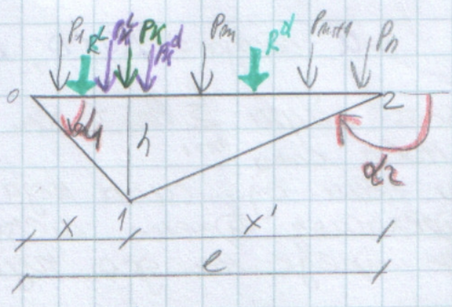
У оба случаја прираст ф-је је негативан, тј Z_s опада у оба случаја што значи да у посматраном положају има екстремну вредност.

Дакле да би се покретан систем везаних концентрисаних сила на полигоналној утицајној линији налазио у опасном положају једна од сила, коју називамо меродавна или критична сила мора се налазити над једним од темена ут. линије, а вредност $\sum_{m=1}^{n} P_m tg\alpha_m$ при померању система сила лево-десно мора имати различит знак.

-Критеријум за опасан положај система сила можемо да применимо и код утицајних линија полигоналног облика ако меродавну силу P_u разложимо на P_u^l и P_u^d које делују бесконачно близу поред темена и да имају такве интензитете да је услов

$$\sum_{m=1}^{n} P_m tg\alpha_m = 0 \text{ задовољен.}$$

I УТИЦАЈНА ЛИНИЈА ТРОУГАОНОГ ОБЛИКА



$P_1 \dots P_u^l \to R^l$
$P_u^d \dots P_n \to R^d$

За меродаван положај система сила једна од сила (нпр. P_u), мора бити над теменом утицајне линије. Ако силе које делују на леви, односно десни део утицајне линије заједно са P_u^l и P_u^d сложимо у резултанту R^L и R^D, тада услов $\sum_{m=1}^{n} P_m tg\alpha_m = 0$ који мора бити задовољен при опасном положају сила гласи

$$R^L tg\alpha_1 + R^D tg\alpha_2 = 0$$

$$tg\alpha_1 = \frac{h}{x}, \quad tg\alpha_2 = -\frac{h}{x'} \Rightarrow$$

$$R_L \frac{h}{x} - R_d \frac{h}{x'} = 0 \Rightarrow R_L \frac{h}{x} = R_D \frac{h}{x'} \Rightarrow \boxed{\frac{R_L}{x} = \frac{R_d}{x'}}$$

$$\Rightarrow \frac{R_L}{x} = \frac{R_D}{x'} = \frac{R_L + R_d}{x + x'} = \frac{R}{l}$$

$R = \sum_{m=1}^{n} P_m$ - резултанта свих сила

$\frac{R_L}{x}$ - просечно оптерећење левог дела утицајне линије,

$\frac{R_D}{x'}$ - просечно оптерећење десног дела утицајне линије.

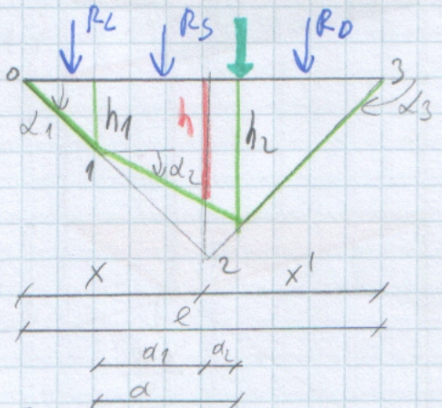
$\frac{R}{l}$ - укупно просечно оптерећење

⇒ Да би покретан систем везаних концентрисаних сила на троуглаој утицајној линији био у опасном положају потребно је да просечна оптерећења левог и десног дела утицајне линије буду међусобно једнака и са укупним просечним оптерећењем.

$$\frac{R}{l} > \begin{cases} \frac{1}{x}\sum_{m=1}^{n-1} P_m \\ \frac{1}{x'}\sum_{m=n+1}^{n} P_m \end{cases}$$

КРИТЕРИЈУМ ЗА ОПАСАН ПОЛОЖАЈ СИСТЕМА СИЛА КАДА ЈЕ УТИЦАЈНА ЛИНИЈА ТРОУГЛАОГ ОБЛИКА.

II УТИЦАЈНА ЛИНИЈА ТРАПЕЗНОГ ОБЛИКА



УСЛОВ:

$$R_L \, tg\alpha_1 + R_S \, tg\alpha_2 + R_D \, tg\alpha_3 = 0$$

R_L, R_S, R_D - резултанте сила које делују на леви, средњи и десни део утицајне линије а садрже и компоненте меродавне силе P_k

$tg\alpha_1 = \frac{h}{x}$; $tg\alpha_2 = \frac{h_2 - h_1}{a} = \frac{h}{x}\frac{a_1}{a} - \frac{h}{x'}\frac{a_2}{a}$

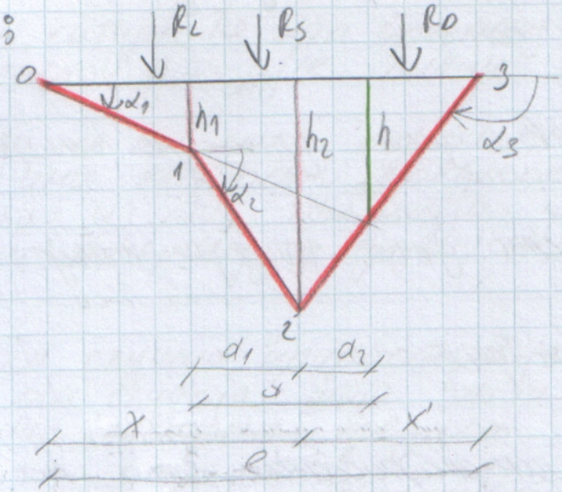
$tg\alpha_3 = -\frac{h}{x'}$

тада услов гласи: $R_L \frac{h}{x} + R_S\left(\frac{h}{x}\frac{a_1}{a} - \frac{h}{x'}\cdot\frac{a_2}{a}\right) - R_D\cdot\frac{h}{x'} = 0$

тј. $\frac{R_L + R_S\frac{a_1}{a}}{x} = \frac{R_D + R_S\frac{a_2}{a}}{x'} = \frac{R_L + R_S + R_D}{x + x'} = \frac{R}{L} \Rightarrow \left\{ \frac{R}{l} > \begin{cases} \frac{R_L + R_S\frac{a_1}{a}}{x} \\ \frac{R_D + R_S\frac{a_2}{a}}{x'} \end{cases} \right.$

- да би покретан систем везаних концентрисаних сила на трапезној ут. лин. био у меродавном положају треба да је просечно оптерећење дела x оптер. са $R_L + R_S\frac{a_1}{a}$ буде једнако са просечним оптерећењем дела x' оптер. са $R_D + R_S\frac{a_2}{a}$, тј. једнако укупном просечном оптерећењу целе ут. лин. са $R = \sum^{n} P_m$

апо:



УСЛОВ ЈЕ ТАДА:

$$\frac{R_L + R_S\frac{d_1}{d}}{x} = \frac{R_D - R_S\frac{d_2}{d}}{x'}$$

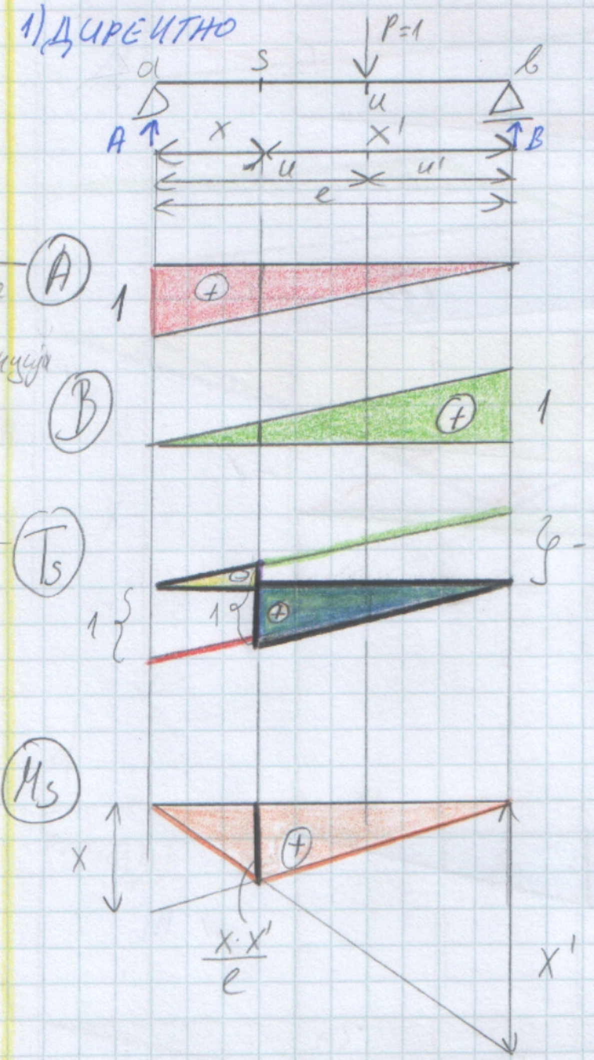
$$= \frac{R_L + R_S + R_D}{x + x'} = \frac{R}{l}$$

$$\frac{R}{l} > \begin{cases} \dfrac{R_L + R_S\frac{d_1}{d}}{x} \\ \dfrac{R_D - R_S\frac{d_2}{d}}{x'} \end{cases}$$

27. УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА СИЛЕ У ПРЕСЕЦИМА И РЕАКЦИЈЕ ОСЛОНАЦА ДИРЕКТНО И ПОСРЕДНО ОПТЕРЕЋЕНЕ ПРОСТЕ ГРЕДЕ.

Проста греда је носач који се састоји од једне кинематички круте плоче ослоњене на једно непокретно и једно покретно лежиште чији је правац ослањања вертикалан битна особина: при верт. оптерећењу има верт. реакције.

1) ДИРЕКТНО



показује како се мења реакција A дуж носача.

промену T силе у пресеку S за поједине положаје P=1.

Реакције ослонаца просте греде оптерећене јединичном силом P=1 у тачки u:

$A = \frac{u'}{l}$ (из $\Sigma M_b = 0$)

$B = \frac{u}{l}$ (из $\Sigma M_a = 0$)

зависе од положаја јединичне силе.

На супротним крајевима ординате утиц. лин. су =0.

Кад се јединична сила налази десно од S, тј.

$\boxed{x < u \leq l}$

трансверзална сила у S је једнака реакција A а моменат савијања статичком моменту реакције A у односу на тежиште тч. S.

$T_S = A = \frac{u'}{l}$

$M_S = A \cdot x = \frac{u'}{l} \cdot x$

Када се сила налази лево од пресека

$\boxed{0 \leq u < x}$

трансверзална сила је једнака негативној реакцији B а момент савијања статичком моменту реакције B у односу на тежиште тч. S.

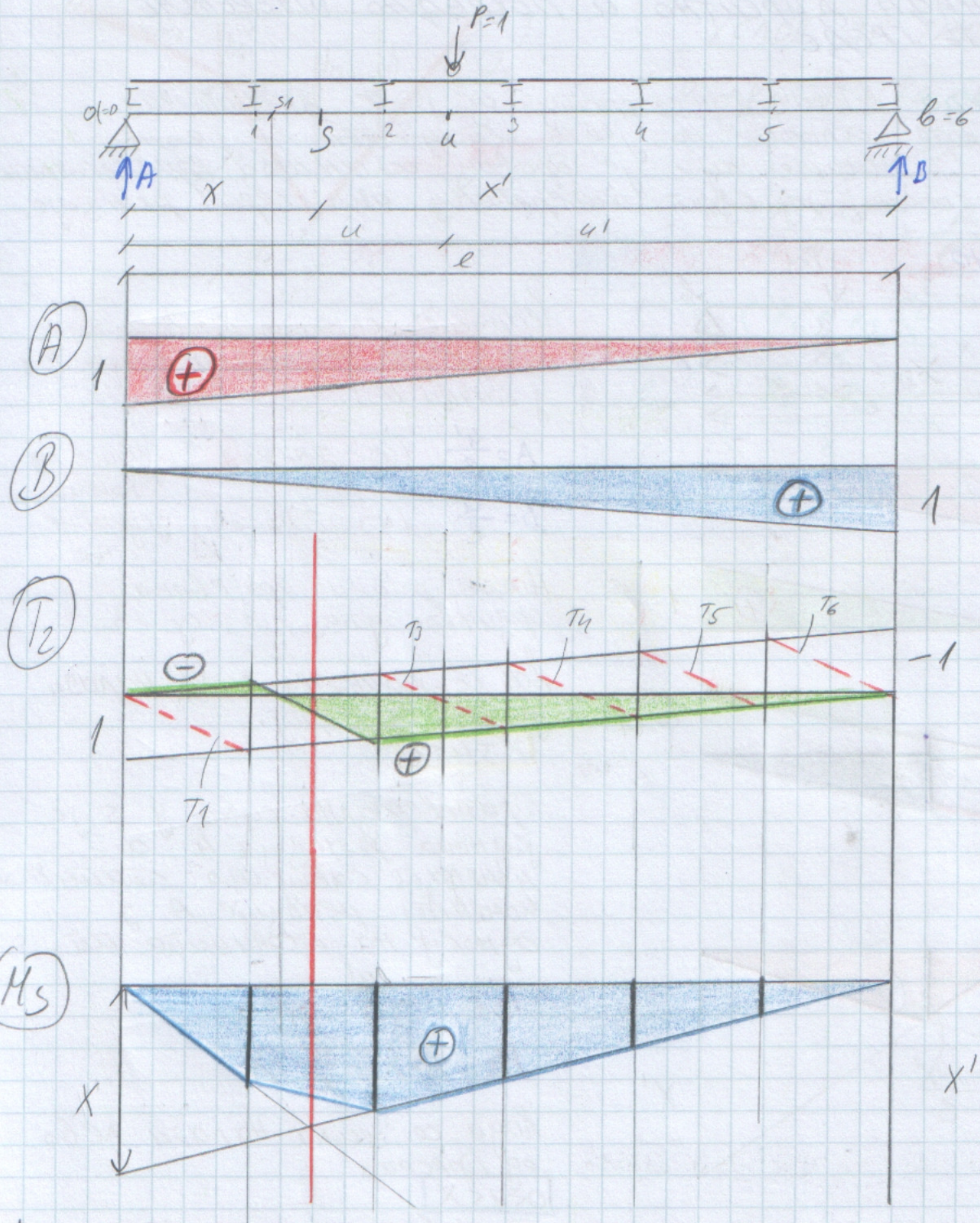
$T_S = -B = -\frac{u}{l}$

$M_S = B \cdot x' = \frac{u}{l} x'$

Утицајне линије се састоје од 2 праве линије које називамо левом и десном граном утицајне линије.

PS. Утицајна линија има онолико грана на колико крутих плоча се распада носач када га расечемо у пресеку за који тражимо утицајну линију.

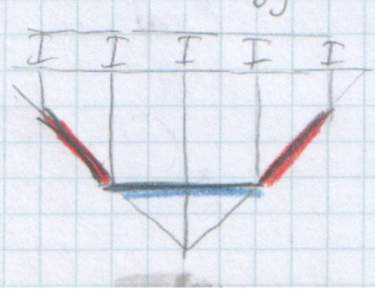
г/ ПОСРЕДНО



Утицајна лин за T силе су једнаке за све пресеке између 2 попречна носача. Зато ут лин з T посредн оптер носача конструишемо за одређена поља.
Пуном линијом приказана је T сила за поље 1-2, а испрекидана за остала поља.

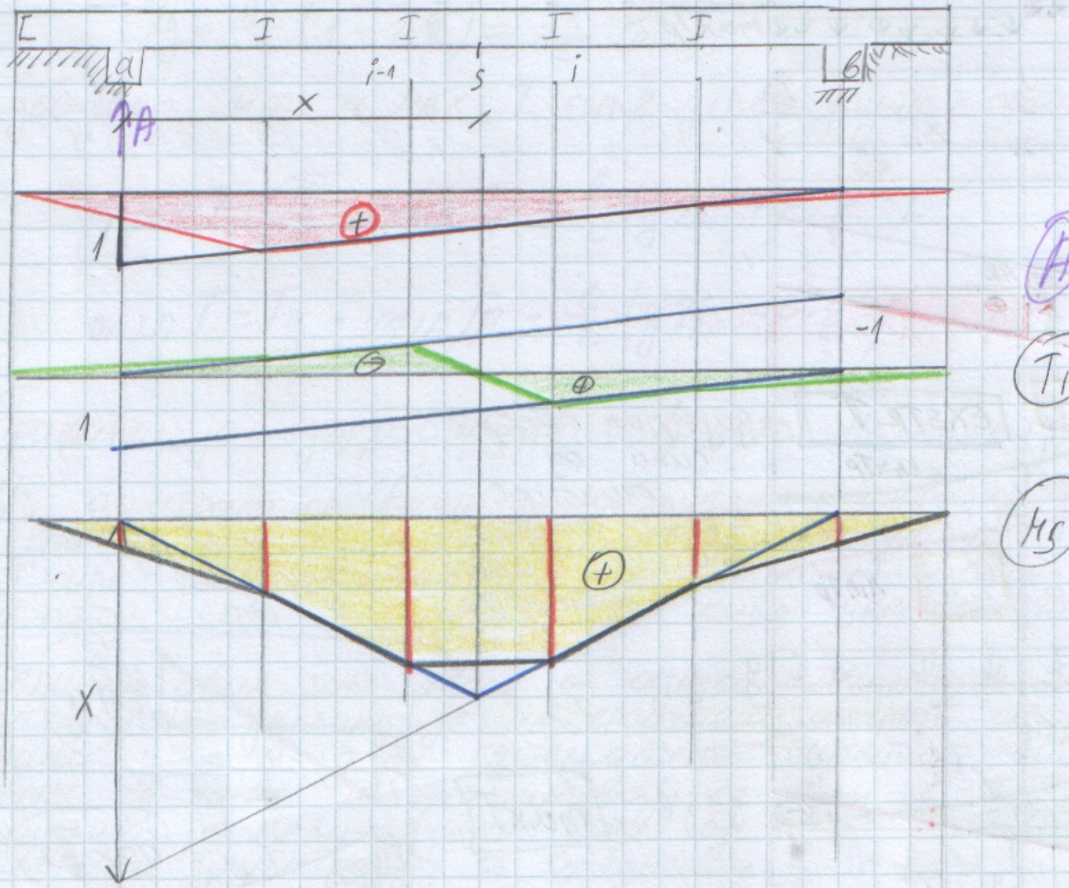
-дијаг крутих плоча су праве линије!

-ут лин. I констр. као да је непоср. оптер. па ординате између поља спајамо правим линијама

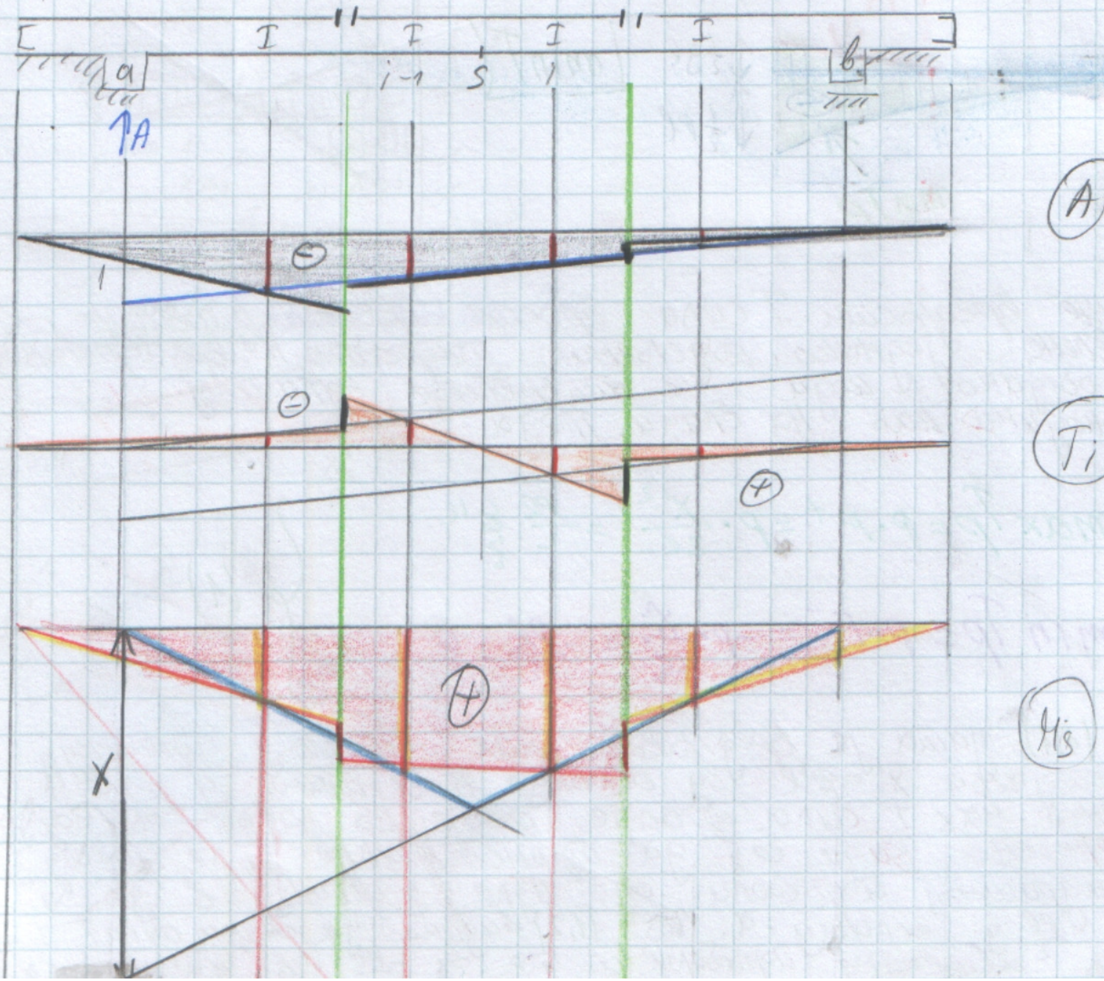


II ГРЕДА СА ПРЕПУСТОМ

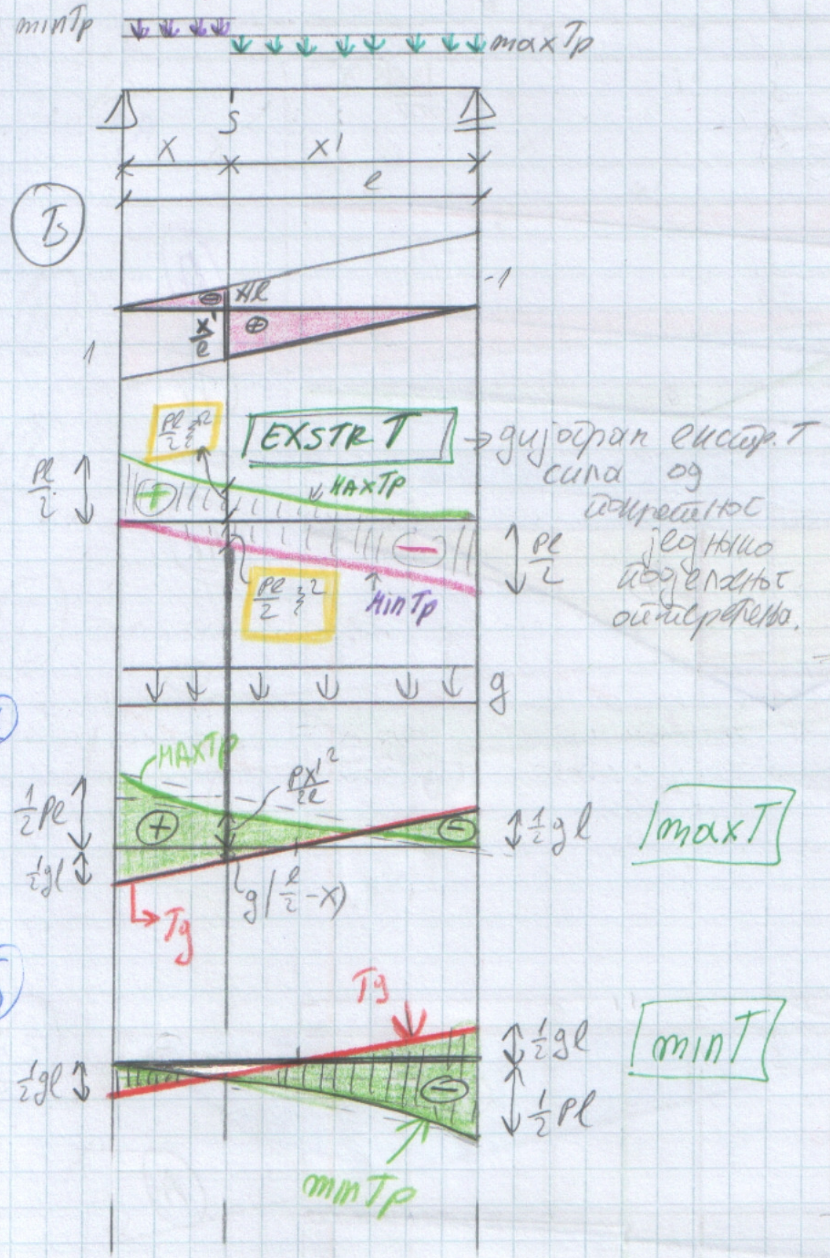
а)

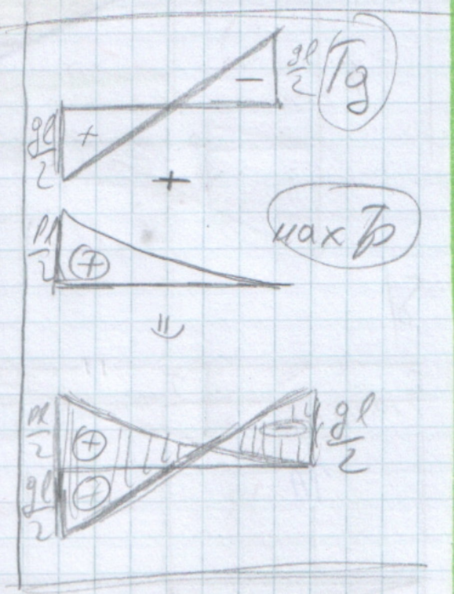


б)



28. Дијаграми екстремних вредности T сила директно и посредно оптерећене греде просте греде услед једнакоподељеног покретног оптерећења p





- Граничне вредности T сила просте греде директно оптерећене једнако подељеним покретним оптерећењем p добијамо када се оптерећење налази у положајима као на слици. Тада

$$
\left.
\begin{aligned}
&(1.1.) \quad \max T_p = p\cdot F^{+} = p\cdot\frac{x'^2}{2l} = \frac{pl}{2}\,\xi'^2 \\
&(1.2.) \quad \min T_p = p\cdot F^{-} = -p\cdot\frac{x^2}{2l} = -\frac{pl}{2}\cdot\xi^2
\end{aligned}
\right\} (1)
$$

J-ном (1.1) дата је вредност max T силе у пресеку на одстојању $x' = \xi' l$ од ослонца в, а уједно и j-на дијаграма max T сила просте греде за овај случај оптерећења. Види се да трансверзалне силе расту по квадратној параболи од нуле у ослонцу в до max вр $\frac{pl}{2}$ у ослонцу а. Из (1.2) видимо да се и min T креће по квадратној параболи и то од $-\frac{pl}{2}$ у в до нуле у а.

када екстремним вредностима Т силе (1) суперпонирамо Т силе услед сталног једнакоподељеног оптерећења g по читавом распону:

$$T_g = \frac{gl}{2}(1-2\xi) = \frac{gl}{2}\tau_k$$

добијамо min и max Т силе услед укупног оптерећења

$$\max T = T_g + \max T_p = \frac{l}{2}\left(g\tau_k + p\cdot\xi'^2\right)$$

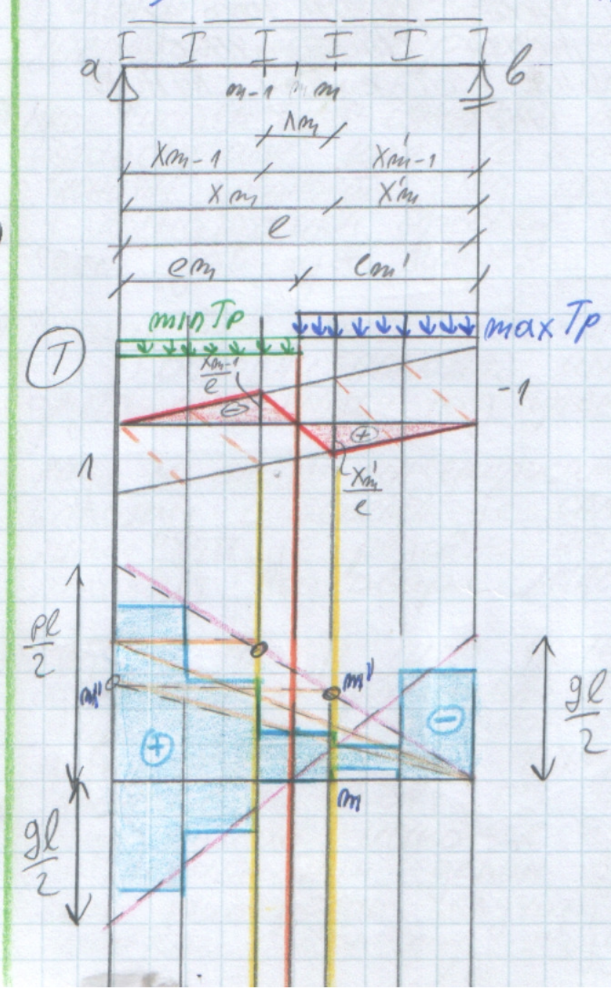
$$\min T = T_g + \min T_p = \frac{l}{2}\left(g\tau_k - p\cdot\xi^2\right)$$

Графички је суперпозиција извршена на сликама а и б.

Из дијаграма се види да у близини ослонца а постоји зона у којој су maxT и minT позитивни, тј. у којој су Т силе увек позитивне, а да у близини ослонца б постоји зона у којој су Т силе увек негативне.

Величине ових зона зависе од односа сталног и покретног оптерећења. Уколико је интензитет сталног оптерећења мањи у односу на интензитет покретног оптерећења зоне су мање и приближавају се нули за $\frac{g}{p}=0$, а уколико је већи дужине зона су веће и приближавају се вредности $\frac{l}{2}$ за $\frac{g}{p}=0$.

ПОСРЕДНО ОПТЕРЕЋЕНА ГРЕДА



Да би смо добили max T у пољу m-1, m посредно оптерећене просте греде, треба оптеретити део десно од нулте тачке утицајне линије за T силу у том пољу, па ⇒

$$\max T_p = pF^{+} = p\,\frac{x'_m\, e'_m}{2l}$$

Како је ова вредност за све пресеке у пољу иста, линија max T сила је у посматраном пољу хоризонтална права линија, а дуж max T сила читавог носача степенаста линија.

$$\Rightarrow \quad \max T_p = \frac{pl}{2}\,\frac{x'_m}{l}\cdot\frac{e'_m}{l}$$

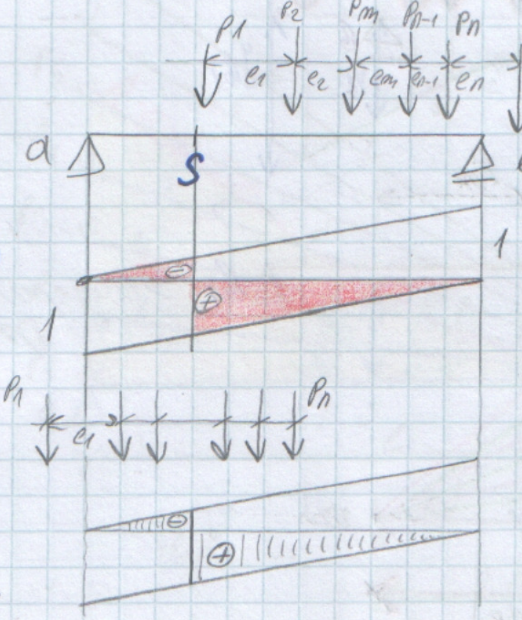
$$mm' = \frac{pl}{2}\,\frac{1}{l}\,x'_m$$

Стално оптерећење посредно оптерећеног носача делује на носач делом директно а потом посредно. Сопствена тежина носача је увек директно оптерећење а тежина осталих делова посредно оптерећење. Да се ови утицаји не би одвојали, често се и сопствена тежина носача замењује концентрисаним силама у чворовима, тј. сматра се да и она на носач делује као посредно оптерећење. T силе у пољима посредно оптерећеног носача услед једнако подељеног сталног оптерећења g по читавом распону једнаке су T силама у срединама поља директно оптер. просте греде

$$T_g = \frac{g}{2}\left(l - x_{m-1} - x_m\right)$$

Минималне T силе одређујемо на исти начин као и максималне. Линија min T сила носача симетричног у односу на средину греде је слика у огледалу линије max T сила са промењеним знаком.

29. ДИЈАГРАМИ ЕКСТРЕМНИХ ВРЕДНОСТИ Т-СИЛА ДИРЕКТНО ОПТЕРЕЋЕНЕ ПРОСТЕ ГРЕДЕ УСЛЕД ПОКРЕТНОГ СИСТЕМА ВЕЗАНИХ КОНЦЕНТРИСАНИХ СИЛА (А-ПОЛИГОН).



→ где поставити овај систем сила да би добили највећи утицај сила на носачу. (На позитиван део дуј)

веома ретко може се десити да и неки други положај буде меродаван.

⇓

а) Систем концентрисаних сила у положају при коме се једна од сила налази бесконачно близко **десно** од неког пресека изазива у њему аналитички максималну трансв. силу, тј. трансверзалну силу већу од силе за ближње положаје система концентрисаних сила.

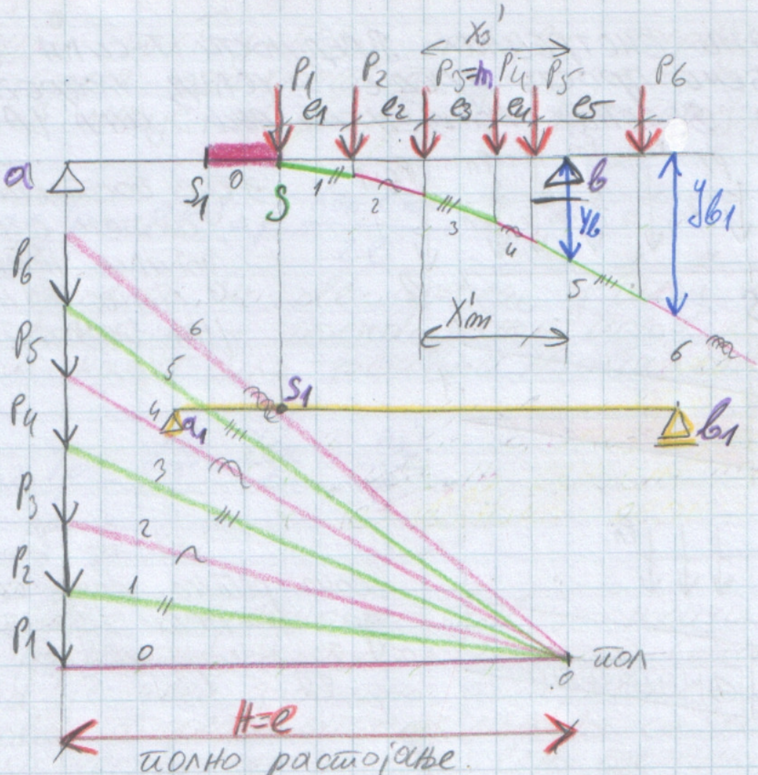
→ Ако систем из тог положаја померимо **удесно**, ординате на позитивном делу утицајне линије се **смањују**, а ординате испод сила на негативном делу утицајне линије се повећавају.
Вредност трансверзалне силе се свакако **смањује**.

→ Ако систем сила померимо бесконачно близко **улево**, вредност трансверзалне силе се такође **смањује** и то за коначну вредност услед прелаза силе која се налази у посматраном пресеку са позитивног на негативни део утицајне линије.

→ Положај при коме се прва сила налази над пресеком називамо **ОСНОВНИ ПОЛОЖАЈ** или први положај сила, кад се друга сила налази над пресеком други положај, итд.

→ Када се систем концентрисаних сила налази у **основном** положају оптерећен је само **позитиван** део утицајне линије па је редовно тај положај **опасан**, тј. том положају одговара **максимална трансверзална** сила.

б) → Међутим, ако је сила P_1 мања од осталих сила а одстојање e_1 релативно велико, померањем система из првог у други положај веће силе се доводе над веће ординате утицајне линије а понекад и нове силе наилазе на носач па је могуће да други положај буде опасан иако се сила P_1 налази над негативним делом утицајне линије. У пракси је ово јако редак случај, а још ређи да трећи или четврти положај буде опасан положај.



Верижни полигон

→померели смо греду.

[слика 1]

Када се систем сила за пресек S греде ab налази у основном положају трансверзална сила је у пресеку једнака реакцији A.

$$A = \frac{1}{l}\sum P_m x_m'$$

Ова вредност може да се одреди графичким путем. (слика горе) Статички моменат сила P_m у односу на ослонац b једнак је производу одстојања пола H у плану сила и одсечка y_b на вертикали кроз ослонац b између крајњих зракова верижног полигона (у датом случају зрака 0 и 5), тј. једнак је

$$\sum P_m x_m' = H y_b$$

- Величину H меримо у размери за силе а y_b у размери за дужине. Међутим, вредност $H \cdot y_b$ остаје непромењена и онда када је H у размери за дужине а y_b за силе.
- Ако при томе усвојимо за одстојање пола распон греде $H=l$ ⇒

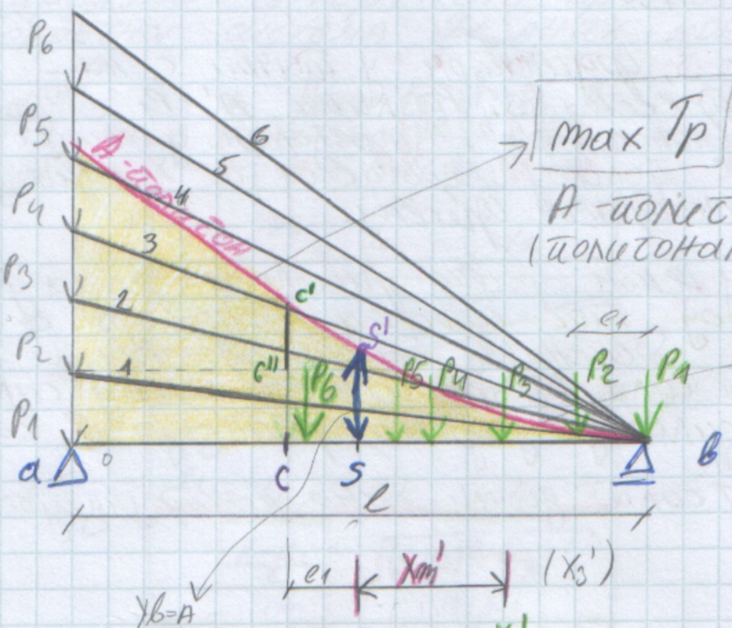
$$y_b = \frac{1}{l}\sum P_m x_m' = A$$

тј. одсечак y_b једнак је реакцији A

$$\boxed{y_B = A}$$

- За сваки пресек би требало да се конструкција понови.
- При томе план сила остаје непромењен. Како то представља само транслаторно померање верижног полигона дуж носача, понављање конструкције можемо да избегнемо померањем носача.
- На пример, одсечак y_{b1} над ослонцем b_1 у положају на слици (померен положај) представља реакцију, односно T силу за основни положај сила у пресеку S_1.

– паралелна одговарајућим зрацима.

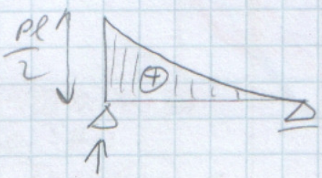


max Tp

А-полигон
(полигонална линија)

[СЛИКА 2]

→ променом вредности реакције А у S добијамо вредност која је yв.



⇒ ако би силе биле ближе једна другој полигонална линија би била приближна квадратној параболи.

Дакле, лако можемо избећи и померање сила и померање носача. Ако систем сила обрнемо и поставимо на носач тако да се прва сила налази над ослонцем в, а остале ређају ка ослонцу а, статички моменат

$\sum P_m X_m'$ у односу на тачку **в** сила P_1 до P_5 на **слици 1** једнак је статичком моменту истих сила у односу на тачку **S** на **слици 2**.

⇒ Ордината $\overline{SS'}$ у пресеку S верижног полигона на слици 2, конструисаног из пола на одстојању $H=l$ једнака је ординати yв верижног полигона на **слици 1**, тј. у размери за силе једнака реакцији А за основни положај сила у пресеку S. Реакција А која одговара основном положају система сила у било ком пресеку греде једнака је одговарајућој ординати овог полигона.

Реакција А која одговара основном положају система сила у било ком пресеку греде једнака је одговарајућој ординати овог полигона. Због тога се полигон назива А-полигон.

⇒ Ако је основни положај меродаван за све пресеке носача, А-полигон је и дијаграм максималних трансверзалних сила просте греде оптерећене датим системом концентрисаних сила.

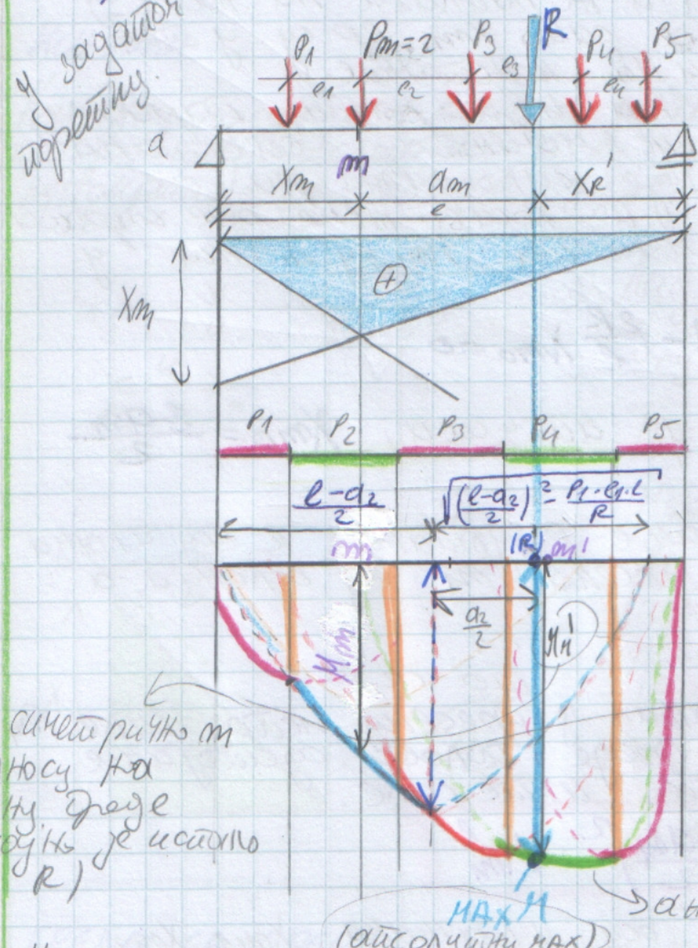
⇒ Када се систем сила налази у другом положају трансверзална сила је једнака разлици $A'-P_1$, где је A' реакција ослонца а која одговара другом положају сила →

и чија је вредност представљена ординатом А-полигона у нападној тачки силе P_1.

На пример, за пресек s, ординатом у тачки c на одстојању e_1 од пресека s. Разлика $A'-P_1$ приказана је дужином c'c". Упоређењем дужи $\overline{c'c''}$ и $\overline{ss'}$ закључујемо који је положај нерогодан и колика је max T сила у посматраном пресеку.

- Минимална T сила у неком пресеку јавиће се када је оптерећење лево од тог пресека тако да се једна сила налази бесконачно близу пресеку.
- Родовно је то прва сила, односно основни положај сила. У том случају T сила је једнака реакцији B са негативним знаком.
- дијаграм минималних T сила добили бисмо конструкцијом B-полигона.

30. ДИЈАГРАМ ЕКСТРЕМНИХ ВРЕДНОСТИ М-САВИЈАЊА ДИРЕКТНО ОПТЕРЕЋЕНЕ ПРОСТЕ ГРЕДЕ УСЛЕД ПОКРЕТНОГ СИСТЕМА ВЕЗАНИХ КОНЦЕНТРИСАНИХ СИЛА.



пп. да је ово мер. положај.

$$R = \sum_{m=1}^{n} P_m$$

$$A = \frac{R x_R'}{l}$$

$$x_R' = l - x_m - a_m$$

$$M_m = \frac{R x_R'}{l} x_m - M_m^l$$

$$M_m = \frac{R}{l}(l-a_m)x_m - \frac{R}{l}(x_m^2) - M_m^l$$

- овако се мења мом. када је меродавна сила P_m.
- та промена по x_m је парабола.

$$\boxed{\max M = \frac{R}{l}\left(\frac{l-a_2}{2}\right)^2 - P_1 \cdot e_1}$$

Максималне моменте савијања просте греде оптерећене покретним системом везаних концентрисаних сила одређујемо помоћу утицајних линија.

Утицајна линија за моменат савијања директно оптерећене просте греде је троугао, при опасном положају једна од од сила мора да се налази над пресеком, тако да је задовољен критеријум $\frac{R_l}{x} = \frac{R_d}{x'} = \frac{R_l + R_d}{x + x'} = \frac{R}{l}$, тј. да је просечно оптерећење делова лево и десно од пресека једнако просечном оптерећењу носача.

Уколико је пресек ближи ослонцу а, тј. уколико је део лево од пресека краћи утолико је мање оптерећење на том делу. У непосредној близини ослонца а мора да постоји зона у којој је меродавна сила P_1, на ту зону наставља се зона у којој је меродавна сила P_2, итд. Слично

→ на делу на коме је сила P_m меродавна, дијаграм max M савијања представља дијаграм промене момената у пресеку у коме делује сила P_m када се систем сила помера по носачу.

→ Ако са R обележимо резултанту сила које делују на греду, са a_m растојање силе P_m од резултанте R које је позитивно за силе лево од резултанте, са x_m одстојање нападне тачке силе P_m од ослонца а и са $x_R' = l - x_m - a_m$ одстојање резултанте од ослонца в, моменат савијања у пресеку m је

$$M_m = \frac{R x_R'}{l} x_m - M_m^l = \frac{R}{l}(l-a_m)x_m - \frac{R}{l}x_m^2 - M_m^l \qquad (1.1)$$

M_m^l је статички моменат сила лево од силе P_m, тј. сила P_1 до P_{m-1}, у односу на тачку m.

→ Када се систем сила помера по носачу и при томе ни једна од сила не силази и не наилази на носач у овој једначини мења се само x_m, јер су у том случају величине R, l, a_m и M_m^l константе.

Једначином (1.1) која представља квадратну параболу, дата је ф-ја промене момента савијања у пресеку у коме делује сила P_m при померању система сила по носачу. Теме ове параболе, тј. максимална вредност момента M_m је у тачки у којој је

$$\frac{dM_m}{dx_m}=\frac{R}{l}(l-a_m)-\frac{2R}{l}x_{m0}=0$$

односно у тачки чија је апсциса $x_{m0}=\frac{l-a_m}{2}$

Како је при томе, одстојање резултанте R од ослонца b једнако одстојању пресека m од ослонца a:

$$\boxed{x_R'=\frac{l-a_m}{2}=x_{m0}}$$

$\boxed{x_R'=x_{m0}}$

то се:

максималан момент савијања у пресеку испод силе P_m појављује када средина греде полови одстојање a_m између резултанте и те силе.

$$\boxed{\max M_m=\frac{R}{l}\left(\frac{l-a_m}{2}\right)^2-M_m^l}$$

Парабола сече апсцисну осу у тачкама x_{m1}, x_{m2} у којима је $M_m=0$.

$$\boxed{x_{m1},x_{m2}=x_{m0}\pm\sqrt{x_{m0}^2-\frac{M_m^l\cdot l}{R}}}$$

(нулте тачке кв. параболе)

Одстојања тачака x_{m1} и x_{m2} од темена параболе, тј. полована тетиве параболе је

$$x_{m0}-x_{m1}=x_{m2}-x_{m0}=\sqrt{x_{m0}^2-\frac{M_m^l\,l}{R}}$$

→ На слици је приказана и промена момента савијања испод силе P_2, у том случају је $M_1^l=P_1\cdot e_1$.

- Ординате ове параболе представљају праве вредности момената савијања M_2 само док се на греди налазе силе чија је резултанта R. Кад се систем сила приближи ослонцима тако да нека сила сиђе са носача, величине R, a_m и M_m^l се мењају у-јни (1.1.)

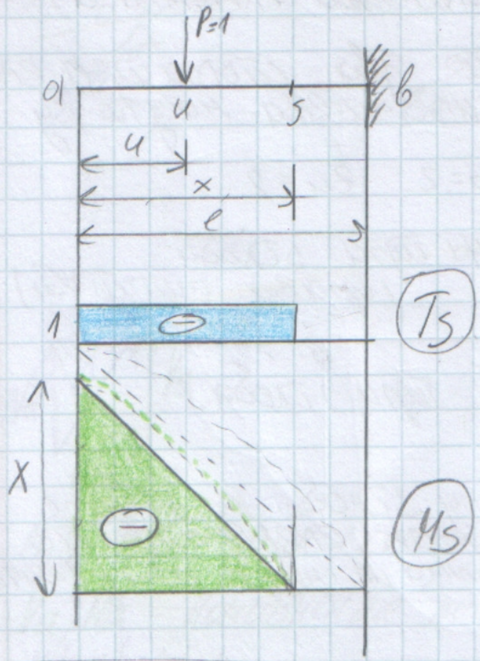
→ На делу на коме је сила P_m меродавна, парабола представља дијаграм максималних момената савијања просте греде услед датог система везаних концентрисаних сила. Дијаграм max M читавог носача, састоји се од низа параболичних делова који одговарају силама од P_1 до P_5. Ово важи кад се силе крећу у задатом поретку. За обрнути поредак max M дијаграм је симетричан.

Пример: У пресеку m max M_m је за задати поредак, у обрнутом поретку би то био M_m'. Стварни max M је већа вр. од ове дво

31. УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА СИЛЕ У ПРЕСЕЦИМА И РЕАКЦИЈЕ ОСЛОНАЦА ДИРЕКТНО ОПТЕРЕЋЕНЕ КОНЗОЛЕ И ГРЕДЕ С ПРЕПУСТИМА.

КОНЗОЛА

Конзолни носач или конзола је греда која је на једном крају потпуно слободна а на другом крају ослоњена на непокретно лежиште и уклештена.



⇒ Кад се сила $P=1$ налази лево од пресека s, силе у пресеку су:

$T_s = -1$

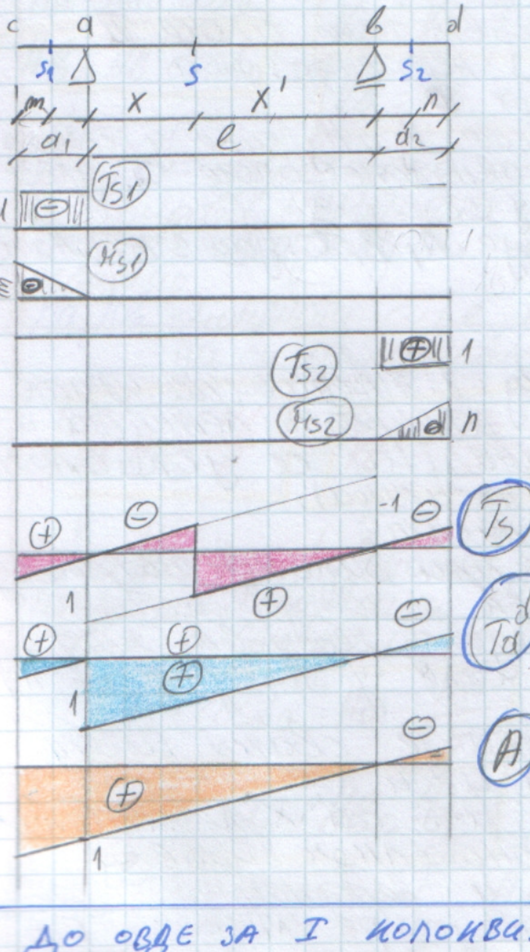
$M_s = -(x-u)$

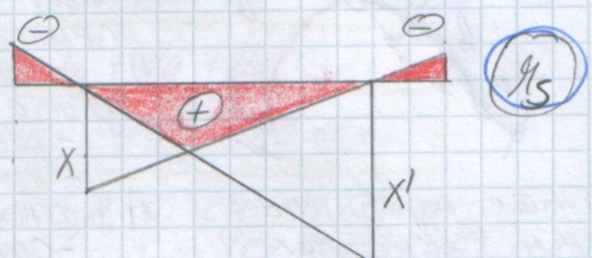
$0 \le x \le u$.

Када се сила налази десно од пресека утицаји у пресеку су једнаки нули.

⇒ Утицајна линија за момент уклештења M_b је троугао са максималном ординатом l на слободном крају носача.

ГРЕДА СА ПРЕПУСТИМА





Оптерећење између ослонаца изазива утицаје који су једнаки утицајима просте греде распона l, па ут. лин. за реакције и силе у пресеку s на делу ab исте су као и ут. лин. просте гр. ab. Утицајне лин. за реак. осл. морају да буду праве линије на читавој дужини носача, а ут. лин. за силе у пресеку морају да буду праве на делу cs и sd.

⇒ Делове ут. лин. на препустима добијамо када одговарајуће праве ут. лин. просте греде продужимо до крајева носача.

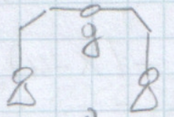
До овде за I колоквијум.

08.11.2010

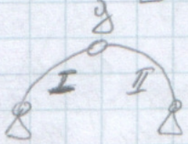
32) 1) НОСАЧИ КОЈИ СЕ САСТОЈЕ ИЗ ДВЕ КИНЕМАТИЧКИ КРУТЕ ПЛОЧЕ, ОДРЕЂИВАЊЕ РЕАКЦИЈА ОСЛОНАЦА КОД ЛУКА НА ТРИ ЗГЛОБА ЗА ПРОИЗВОЉНО И ЗА ГРАВИТАЦИОНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ.

-Кад се носач састоји од две кинематички круте плоче ($z_p=2$) тада је $z_z=1$ а $z_o+z_u=4$.
-Спољашњи елементи носача могу по плочама да буду распоређени на 2 начина:
а) На једној плочи 3 спољашња елемента а на другој 1.
б) На свакој плочи по два спољашња елемента.
-Између броја ослонаца и броја уклештења могуће су 3 комбинације:
1) $z_o=4$ $z_u=0$ 2) $z_o=3$ $z_u=1$ 3) $z_o=2$ $z_u=2$.

Неки од облика: (лучни) (оквирни)



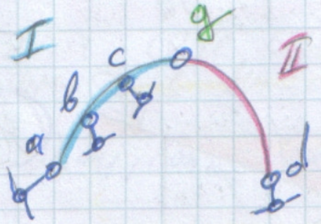
-оквир на три зглоба (прави штапови)



-лук на три зглоба.

-Прорачун реакција ослонаца и сила у зглобу g зависе углавном од распореда спољашњих елемената по плочама. БИТНО: правци ослањања 3 ослонца не смеју се сећи у 1 тачки!!!

Нпр.:



Кад на једној плочи имамо 3 а на другој 1 спољашњи елемент, тада:
1) у услове равнотеже плоче II улазе 3 непознате:
-реакција D
-компоненте V_g и H_g силе у зглобу g.
2) у услове равнотеже плоче I улазе
-силе у зглобу g
-реакције A, B, C. (још 3 непознате)

-непознате одређујемо применом узастопних нумеричких и графичких поступака. (више о томе стр. 82 књига)

Носачи са 3 зглоба се састоје од 2 кинематички круте плоче које су ослоњене на непокретна лежишта и међусобно су зглобкасто везане. (Ми се углавном бавимо лучним и оквирним носачима).
Разлике између њих и гредних носача:
1) реакције ослонаца су косе при било ком оптерећењу (и верт)
2) нормалне силе постоје УВЕК и имају битан утицај на димензије. (код греда су нерадовне N и T)
(код неких лучних носача H силе су значајније од M)

ПРОИЗВОЉНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ

Посматрамо лучни носач код кога је свака плоча ослоњена на по 2 ослонца а и б.
α_0 - угао који заклапа правац а-б са хоризонталом
l - одстојање а и б у хоризонталном правцу
s - одстојање g од праве аб у вертикалном правцу.
-Плоча I оптерећена силама чија је резултанта R_I
а плоча II силама чија је резултанта R_{II}